



**Instrucciones:**

- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
- Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

**EJERCICIO 1. (2,5 puntos)**

Sea la función  $f : [-2, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \begin{cases} 5x + 1 & \text{si } -2 \leq x \leq 0 \\ e^x \cos(x) & \text{si } 0 < x \leq 2\pi \end{cases}$

- [2 puntos]** Halla los extremos relativos y absolutos de  $f$  (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- [0,5 puntos]** Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = \frac{\pi}{2}$ .

**EJERCICIO 2. (2,5 puntos)**

Sea  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x (\ln(x))^2$  ( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

- [1,25 puntos]** Calcula, si existen, sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- [1,25 puntos]** Calcula, si existen, sus extremos absolutos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

**EJERCICIO 3. (2,5 puntos)**

Calcula  $a$  con  $0 < a < 1$ , tal que  $\int_a^1 \frac{\ln(x)}{x} dx + 2 = 0$  ( $\ln$  denota la función logaritmo neperiano).

**EJERCICIO 4. (2,5 puntos)**

Considera las funciones  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = 5 - x^2$  y  $g(x) = \frac{4}{x^2}$ .

- [1,25 puntos]** Esboza las gráficas de las dos funciones y calcula los puntos de corte entre ellas.
- [1,25 puntos]** Calcula la suma de las áreas de los recintos limitados por las gráficas de  $f$  y  $g$ .



BLOQUE B

**EJERCICIO 5. (2,5 puntos)**

Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  e  $I$  la matriz identidad de orden 3.

- a) **[1 punto]** Halla los valores de  $m$  para que la matriz  $A - mI$  no tenga inversa.
- b) **[1,5 puntos]** Halla  $x$ , distinto de cero, para que  $A - xI$  sea la inversa de la matriz  $\frac{1}{x}(A - I)$ .

**EJERCICIO 6. (2,5 puntos)**

El dueño de un bar ha comprado refrescos, cerveza y vino por un importe de 500 euros sin incluir impuestos. El gasto en vino es 60 euros menos que los gastos en refrescos y cerveza conjuntamente, sin incluir impuestos. Teniendo en cuenta que los impuestos de los refrescos, la cerveza y el vino son el 6 %, el 12 % y el 30 %, respectivamente, entonces el importe total de la factura incluyendo impuestos ha ascendido a 592,4 euros. Calcula el importe, incluyendo impuestos, invertido en cada una de las bebidas.

**EJERCICIO 7. (2,5 puntos)**

Considera los planos  $\pi_1 \equiv x - y + z = 0$  y  $\pi_2 \equiv x + y = 2$ .

- a) **[1,5 puntos]** Calcula la distancia entre la recta intersección de  $\pi_1$  y  $\pi_2$  y el punto  $P(2, 6, -2)$ .
- b) **[1 punto]** Halla el ángulo que forman  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .

**EJERCICIO 8. (2,5 puntos)**

Calcula el volumen del tetraedro que limita el plano determinado por los puntos  $A(0, 2, -2)$ ,  $B(3, 2, 1)$  y  $C(2, 3, 2)$  con los planos cartesianos.